แบบฟอร์มแจ้งความประสงค์การใช้งบประมาณสำหรับการพัฒนาบุคลากรคณะวิทยาศาสตร์

ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. ๒๕๖๐

****

ข้าพเจ้า น.ส. เจนจิรา ทิพย์ชะ ตำแหน่ง อาจารย์ สังกัด สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ได้ขออนุญาตเข้าร่วม การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 32

ตาม**หนังสือขออนุญาต** ศธ.๐๕๒๓.๔. ๕ / 187 ลงวันที่ 8 มิถุนายน 2561 โดยข้าพเจ้ามีความประสงค์จะขอใช้งบประมาณพัฒนาบุคลากรของคณะวิทยาศาสตร์เพื่อไปพัฒนาตนเอง ดังนี้

☐ กรณีที่ ๑ ใช้งบประมาณไม่เกิน ๖,๐๐๐ บาท สำหรับการเข้าร่วมอบรม สัมมนา หรือประชุมวิชาการทั่วไปที่เกี่ยวกับการพัฒนาวิชาชีพของตนเองฯ (ไม่ต้องรายงาน)

☐ กรณีที่ ๒ ใช้งบประมาณไม่เกิน ๘,๐๐๐ บาท สำหรับการเข้าร่วมอบรม ฝึกอบรม สัมมนา หรือประชุมวิชาการทั่วไปที่เกี่ยวกับการพัฒนาวิชาชีพของตนเอง ต้องส่งรายงานสรุปเนื้อหาและการนำไปใช้ประโยชน์ อย่างน้อย ๑ หน้ากระดาษ A๔ (เนื้อหาสรุปไม่น้อยกว่า ๒๕ บรรทัด)

☑ กรณีที่ ๓ สำหรับการเข้าร่วมนำเสนอผลงานวิชาการในรูปแบบโปสเตอร์ หรือปากเปล่า โดยต้องเป็นผู้เขียนชื่อแรก (First author) หรือต้องเป็นผู้เขียนหลัก (Corresponding author) ซึ่งได้รับการตอบรับเป็นที่เรียบร้อยแล้ว

- คนละไม่เกิน ๑๕,๐๐๐ บาท (สำหรับสายวิชาการ)
- คนละไม่เกิน ๑๐,๐๐๐ บาท (สำหรับสายสนับสนุนวิชาการ)

โดยต้องจัดส่งเอกสาร ดังนี้ สำเนาบทคัดย่อ หรือโปสเตอร์(ย่อขนาด A๔) หรือบทความฯ ฉบับเต็ม *และ*ต้องทำรายงานสรุปเนื้อหาและการนำไปใช้ประโยชน์ของการเข้าอบรม อย่างน้อย ๑ หน้ากระดาษ A๔ (เนื้อหาสรุปไม่น้อยกว่า ๒๕ บรรทัด)

☐ กรณีที่ ๔ สำหรับการเข้าร่วมอบรมเชิงปฏิบัติการเพื่อเพิ่มสมรรถนะในสายวิชาชีพที่เชี่ยวชาญตามตำแหน่งงานของตนเอง

- คนละไม่เกิน ๑๕,๐๐๐ บาท (สำหรับสายวิชาการ)
- คนละไม่เกิน ๑๐,๐๐๐ บาท (สำหรับสายสนับสนุนวิชาการ)

โดยต้องจัดส่งเอกสาร ดังนี้ สำเนาใบรับรองหรือหนังสือรับรองหรือใบประกาศนียบัตรหรือวุฒิบัตร จากการเข้าอบรมเชิงปฏิบัติการ *และ*รายงานสรุปเนื้อหาและการนำไปใช้ประโยชน์ อย่างน้อย ๑ หน้ากระดาษ A๔ (เนื้อหาสรุปไม่น้อยกว่า ๒๕ บรรทัด)

ในปีงบประมาณ พ.ศ. ๒๕๖๑ (๑ ต.ค. ๒๕๖๐ –๓๐ ก.ย ๒๕๖๑) ข้าพเจ้าได้ใช้งบพัฒนาบุคลากรฯ ไปแล้ว จำนวนทั้งสิ้น .... ครั้ง ดังต่อไปนี้

–ครั้งที่ 1 ในกรณีที่ 2 ใช้งบประมาณไปแล้วเป็นจำนวนเงินทั้งสิ้น 1900 บาท

–ครั้งที่ .... ในกรณีที่........... ใช้งบประมาณไปแล้วเป็นจำนวนเงินทั้งสิ้น............................ บาท

(หากมีจำนวนครั้งเกินกว่านี้ ให้ทำรายละเอียดแนบท้ายเพิ่มเติม)

(ลงชื่อ) ผู้ขออนุญาต

(อ.ดร. เจนจิรา ทิพย์ชะ)

........../................./......................

(ลงชื่อ) ประธานหลักสูตร/เลขานุการคณะ/หัวหน้างาน

(..)

........../................./......................

หมายเหตุ : ๑. งบประมาณที่ใช้สำหรับการพัฒนาบุคลากร หมายรวมถึงค่าใช้จ่ายทุกประเภทที่ใช้ในการเข้าร่วมการอบรม/สัมมนา/ประชุม เช่น ค่าลงทะเบียน ค่าใช้จ่ายในการเดินทาง และอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

๒. การใช้งบประมาณพัฒนาบุคลากรในที่คณะวิทยาศาสตร์จัดสรร ให้ถือปฏิบัติตามเงื่อนไขที่ได้กำหนดไว้ในแต่ละกรณี

๓. ให้แนบแบบฟอร์มแจ้งความประสงค์ฯ นี้มาพร้อมการส่งรายงานสรุปเนื้อหาและการนำไปใช้ประโยชน์ฯ ด้วย

เห็นชอบตามมติที่ประชุมคณะกรรมการประจำคณะฯ ครั้งที่1/2560

เริ่มใช้ตั้งแต่เดือน 1 กุมภาพันธ์ 2560

รายงานสรุปเนื้อหาและการนำไปใช้ประโยชน์จากการเข้าอบรม สัมมนา หรือประชุมวิชาการ

ข้าพเจ้า **นางสาวเจนจิรา ทิพย์ชะ** ตำแหน่ง **อาจารย์** สังกัด **สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์** ขอนำเสนอรายงานสรุปเนื้อหาและการนำไปใช้ประโยชน์จากการนำเสนอผลงานวิชาการและเข้าร่วมประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 32 The 32nd conference of the mechanical engineering network of Thailand **เมื่อวันที่ 3-6 กรกฎาคม 2561 ณ โรงแรมมุกดาหารแกรนด์ จังหวัดมุกดาหาร** ตามหนังสือขออนุญาตเข้าร่วมนำเสนอผลงานวิชาการ เลขที่ **ศธ 0523.4.5 / 198 ลงวันที่ 18 มิถุนายน** 2561 ซึ่งการเข้าร่วมการประชุมวิชาการดังกล่าว ข้าพเจ้าได้เลือกใช้งบประมาณการพัฒนาบุคลากรตามกรณีที่ 3 ดังนั้นข้าพเจ้าจึงขอรายงานผลการเข้าร่วมและเสนอผลงานดังกล่าวดังนี้

1. เข้าฟังการบรรยายพิเศษหัวข้อเรื่อง “วิศวกรรมเครื่องกลกับการวิจัยในปัจจุบัน” โดย ศ.ดร.สำเริง จักรใจ จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี โดยวิทยากรกล่าวถึงการจัดการการเรียนรู้เปรียบเสมือนหัวใจของการเรียนรู้ที่ทรงพลังในการทำวิจัยควรจะต้องมีการตั้งปณิธานไว้เพื่อให้นักวิจัยมีแรงผลักดันเพื่อสู่ความสำเร็จ และยังกล่าวถึงทิศทางการวิจัยทางด้านวิศวกรรมเครื่องกลคือโอกาสทองที่รอคอยการค้นพบอย่างไม่มีที่สิ้นสุด

2. เข้าฟังการนำเสนอบทความเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเกิดดอกเกลือและอุณหภูมิน้ำเกลือต้มในกระบวนการต้มเกลือ อ.บ้านดุง จ.อุดรธานี โดย อภิชาติ ศรีชาติ ได้ทราบถึงการต้มเกลือแบบควบคุมอุณหภูมิเพื่อการผลิตดอกเกลือจะได้ปริมาณดอกเกลือเพิ่มกว่าการทดลองแบบไม่ควบคุมอุณหภูมิ ซึ่งส่งผลต่อกำไรจากการขายผลิตภัณฑ์จากการต้มเกลือ

3. เข้าฟังการนำเสนอบทความเรื่องการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยการออกแบบละเอียดของเครื่องบิน โดย พีระพงษ์ สิมงาม ได้นำเสนอการพัฒนาโปรแกรมเพื่อส่งต่อข้อมูลจากการออกแบบขั้นกลางไปยังการออกแบบละเอียด ข้อมูลรูปทรงและขนาดของเครื่องบินที่ได้จากการหาค่าเหมาะที่สุดในการออกแบบขั้นกลาง โดยส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของแบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ shells และ beams

4. เข้าฟังการนำเสนอบทความเรื่องการศึกษาการอบแห้งกุหลาบโดยใช้ลมร้อนจากคอนเดนเซอร์ของเครื่องปรับอากาศร่วมกับขดลวดความร้อน โดย ณทพร จินดาประเสริฐ ได้นำเสนอถึงการอบแห้งกุหลาบโดยใช้ลมร้อน ซึ่งเป็นการใช้พลังงานทดแทนจากคอนเดนเซอร์ของเครื่องปรับอากาศร่วมกับขดลวดความร้อน ซึ่งเปิดใช้ในสำนักงานอยู่แล้ว และพบว่าสามารถลดความชื้นของกลีบกุหลาบได้รวดเร็ว

5. เข้าฟังการนำเสนอบทความเรื่อง The Robust H∞Performance for the Uncertain Neutral Systems with Interval Time-varying Delays โดย ศิรดา ปินใจ ได้นำเสนอถึงการศึกษาปัญหาความคงทน H-infinity ของระบบเป็นกลางที่ไม่แน่นอนโดยอาศัยเทคนิคการสร้างฟังก์ชั่นไลปูนอฟ, ไลนิฟ-นิวตัน และmodified version of Jensen’s inequality, การใช้ zero equation และอสมการโคชี ทำให้ได้เงื่อนไขพอพียงของการเป็นความคงทน H-infinity ของระบบเป็นกลางที่ไม่แน่นอน

6. ได้นำเสนอผลงานแบบ oral presentation ในหัวข้อเรื่อง Exponential Stability for BAM Neural Networks with Interval Time-Varying Delays ได้มีการนำเสนอประมาณ 20 นาที ซึ่งมีผู้สนใจเข้ารับฟังพอสมควร พร้อมทั้งมีการซักถามจากผู้สนใจถึงแนวความคิดของงานวิจัยชิ้นนี้ และการประยุกต์ใช้และการต่อยอดงานวิจัยอีกต่อไป นอกจากนี้บทความงานวิจัยเรื่องนี้ข้าพเจ้าได้รับรางวัล The Best Paper Award ของสาขา Applied Science for Mechanical Engineering

7. จากการเข้าร่วมการประชุมวิชาการครั้งนี้ ยังทำให้ได้เครือข่ายผู้ทำงานวิจัยในลักษณะเดียวกัน ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยน ความคิดเห็นในการพัฒนางานวิจัยต่อไป

ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

ต่อตนเอง

เป็นการพัฒนาทางวิชาการด้านการเรียนการสอนและการวิจัย โดยการนำความรู้จากการวิจัยและข้อมูลใหม่ๆ ที่ได้จากการประชุม การแลกเปลี่ยนทางวิชาการและเทคโนโลยีใหม่ในทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการทำวิจัยและการถ่ายทอดให้นักศึกษา เพื่อให้มองเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆที่เกี่ยวข้อง

ต่อหน่วยงาน

เป็นการเผยแพร่ชื่อเสียงของมหาวิทยาลัยในด้านการวิจัย การสอน และแลกเปลี่ยนทางด้านวิชาการในด้านการวิจัยกับบุคลากรและคณาจารย์จากต่างสถาบัน รวมถึงการสร้างเครือข่ายเพื่อแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการวิจัยกับบุคลากรและคณาจารย์จากต่างสถาบัน

(อ. ดร. เจนจิรา ทิพย์ชะ)

24 กรกฎาคม 2561

ความคิดเห็นของผู้บังคับบัญชาขั้นต้น (ประธานหลักสูตร/เลขานุการคณะ/หัวหน้างาน)

- อนุมัติ
- ความรู้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและหลักสูตรต่อไป

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ จินตนา จูมวงษ์)

25 / กค / 2561

ความคิดเห็นของคณบดีคณะวิทยาศาสตร์หรือผู้แทน

(...)

............/................/..................

หมายเหตุ : แบบฟอร์มเป็นรูปแบบเพื่อเสนอการรายงาน เนื้อที่อาจไม่เพียงพอสำหรับการกรอกข้อมูล สามารถขยายหรือเพิ่มเติมตามความเหมาะสม

EXPONENTIAL STABILITY FOR BAM NEURAL NETWORKS WITH INTERVAL TIME-VARYING DELAYS

Jenjira Thipcha*

Mathematics Program, Faculty of Science, Maejo University, Sansai,Chiang Mai, 50290, Thailand
*Corresponding Author: jenjira_tc@mju.ac.th, 053-875289, Fax. 053-875205

Abstract

In this work, the problem of delay-dependent exponential stability criterion for bidirectional associative memory (BAM) neural networks with interval time-varying delays is studied. Base on the convex combination of Lyapunov-Krasovskii functionals and integral inequality, sufficient condition for exponential stability are obtained and formulated in terms of linear matrix inequality.

Keywords: BAM neural networks, exponential stability, linear matrix inequality (LMI), interval time-varying delays

1. Introduction

Bidirectional associative memory (BAM) neural networks was firstly introduced by Kosko in [1]. Due to the model generalization of the single-layer autoassociative Hebbian correlator to a two-layer pattern-matched heteroassociative circuit, the BAM neural networks has been investigated to have extensive applications in various applied fields, such as pattern recognition, image processing, artificial intelligence, automatic control, see [2, 9, 12]. It is well known that the theory on the dynamics of this networks, including global asymptotic stability (GAS) and global exponential stability (GES), had been extensively studied, see [5, 11, 13]. In general, time delay is often unavoidable in the communication and response of neurons due to the finite switching speed of amplifiers in the electronic implementation of analog neural network and communication time, see [6, 8, 11]. It is well known that time delays might cause instability, divergence behavior and oscillations of neural networks. Therefore, the study of the stability and convergent dynamics of BAM neural networks with either constant delays or time-varying delays has drawn increasing interest and many results have been reported in recent years, see [4, 5, 7, 13, 15]. In [10, 13, 14, 16], several sufficient conditions on the global exponential stability of BAM neural networks with time-varying delays have been derived. The common approach for studying stability of BAM neural networks is Lyapunov stability theory. With a properly designed Lyapunov-Krasovskii functional as well as introducing free-weighting matrices, one may derive stability criteria in term of linear matrix inequality (LMI) which is easily solved by several available algorithms.

Based on the above discussion, we propose to study the problem of global exponential stability of BAM neural networks with interva time-varying delays. By constructing new and improved augmented Lyapunov–Krasovskii functionals and by using convex combination technique, the global exponential stability criteria are derived in terms of linear matrix inequalities (LMIs).

Notations: Throughout the paper, $\mathbb{R}$ denot.e the set of all real numbers. $*$ denotes the elements below the main diagonal of a symmetric block matrix. $\mathrm{diag}\{...\}$ denotes the diagonal matrix. For symmetric matrices X and Y, the notation $X > Y$, $X \geq Y$ means that the matrix $X - Y$ is positive definite, positive semi definite, respectively. $\lambda_M(\cdot)$ and $\lambda_m(\cdot)$ denote the largest and smallest eigenvalue of given square matrix, respectively.

2. Model description and preliminaries

This paper consider the following BAM neural network with time-varying delays of the form

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -A_1x(t) + B_1f(y(t)) + C_1f(y(t-h(t))),\\ \dot{y}(t) &= -A_2y(t) + B_2g(x(t)) + C_2g(x(t-\tau(t)))\end{aligned} \tag{2.1}$$

where $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)]^T$ and $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \ldots, y_m(t)]^T$ are the states of the ith neurons from the neural field F_x and the jth neurons from the neural field F_y, at time t, respectively; $g(x(t)) = [g_1(x_1(t)), g_2(x_2(t)), \ldots, g_n(x_n(t))]^T$ and $f(y(t)) = [f_1(y_1(t)), f_2(y_2(t)), \ldots, f_m(y_m(t))]^T$ are the neuron activation functions;

$A_1 = \operatorname{diag}\{a_1^1, a_2^1, \ldots, a_n^1\}$ and $A_2 = \operatorname{diag}\{a_1^2, a_2^2, \ldots, a_m^2\}$ are diagonal matrices with positive entries $a_i^1 > 0$ and $a_i^2 > 0$; B_1 and B_2 are the connection weight matrices; C_1 and C_2 are the delayed connection weight matrices.

Assumption 2.1 $\tau(t)$ and $h(t)$ are time-varying functions satisfying:

$$(i)\ \ 0 \le \tau_1 \le \tau(t) \le \tau_2,\ \dot{\tau}(t) \le \upsilon,$$

$$(ii)\ \ 0 \le h_1 \le h(t) \le h_2,\ \dot{h}(t) \le \mu,\ \forall t \ge 0$$

where $\tau_1, \tau_2, h_1, h_2, \upsilon$ and μ are known constants.

Assumption 2.2 The neuron activation functions $f_j(\cdot)$ and $g_i(\cdot)$ are given continuous functions satisfying the following conditions: There exist real numbers F_j^-, F_j^+, G_i^- and G_i^+ such that

$$(i)\ \ F_j^- \le \frac{f_j(\beta) - f_j(\eta)}{\beta - \eta} \le F_j^+,\ j = 1,2,\ldots,m,$$

$$(ii)\ \ G_i^- \le \frac{g_i(\beta) - g_i(\eta)}{\beta - \eta} \le G_i^+,\ i = 1,2,\ldots,n,$$

for any $\beta, \eta \in \mathbb{R}$ and $\beta \ne \eta$.

$(iii)\ f_j(0) = 0$ and $g_i(0) = 0.$

Moreover, we assume that initial conditions of system (2.1) has the form

$$x(t_0 + s) = \phi(s),\ \ y(t_0 + s) = \psi(s),\ s \in [-\omega, 0],$$

$$\omega = \max\{\tau_2, h_2\},$$

where $\phi(\cdot), \psi(\cdot) \in \mathbb{C}([-\omega, 0], \mathbb{R}^n)$.

Definition 2.3 (see [14]). The trivial solution of system (2.1) is said to be globally exponentially stable if there exist constants $\alpha > 0$ and $\rho \ge 1$ such that

$$\|x(t)\|^2 + \|y(t)\|^2 \le \rho e^{-2\alpha t}\left(\|\phi\|^2 + \|\psi\|^2\right),\ \ \forall t \ge 0$$

where one denotes

$$\|\phi\|^2 + \|\psi\|^2 = \sup_{-\omega \le s \le 0} \|\phi(s)\|^2 + \sup_{-\omega \le s \le 0} \|\psi(s)\|^2 .$$

Lemma 2.4 [18] For any constant matrix $\mathrm{Z} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathrm{Z} = \mathrm{Z}^T > 0$ a scalar function $\tau(t)$ with $0 < \tau(t) \le \tau_M$ and vector function $\dot{x} : [-\tau_M, 0] \to \mathbb{R}^n$ such that the integration concerned is well defined, let

$$\int_{t-\tau(t)}^{t} \dot{x}(s) ds = \Psi \varphi(t),$$

where $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times k}$ and $\varphi(t) \in \mathbb{R}^k$. Then, the following inequality holds for matrix $\mathrm{M} \in \mathbb{R}^{n \times k}$

$$-\int_{t-\tau(t)}^{t} \dot{x}(s) \mathrm{Z} \dot{x}(s) ds \le \varphi^T(t) \Gamma \varphi(t),$$

where $\Gamma := \Psi^T \mathrm{M} + \mathrm{M}^T \Psi + \tau(t) \mathrm{M}^T \mathrm{Z}^{-1} \mathrm{M}$.

3. Main Result

From this point on, for simplicity of notations, we assume $t_0 = 0$: For the sake of simplicity on matrices representation, we let

$$\begin{aligned}\xi(t) = \operatorname{col}\{&x(t), x(t-\tau(t)), x(t-\tau_1), x(t-\tau_2),\\ &g(x(t)), g(x(t-\tau(t))), g(x(t-\tau_1)),\\ &g(x(t-\tau_2)), \dot{x}(t), y(t), y(t-h(t)), y(t-h_1),\\ &y(t-h_2), f(y(t)), f(y(t-h(t))),\\ &f(y(t-h_1)), f(y(t-h_2)), \dot{y}(t)\}\end{aligned}$$

and let $e_i \in \mathbb{R}^{n \times 18n}$, $(i = 1,2,\ldots,18)$ be defined as blocks entry matrices, for example

$$e_2 = \begin{bmatrix} 0_n & I_n & \underbrace{0_n \ \ \cdots \ \ 0_n}_{16} \end{bmatrix},$$

where I_n and 0_n are identity and zero matrices of dimension $n \times n$; respectively. Then,

$x(t) = e_1 \xi(t)$, $x(t - \tau(t)) = e_2 \xi(t), \ldots$ and $\dot{y}(t) = e_{18} \xi(t)$, respectively. In addition, the notations of several matrices are defined as follows: $\vartheta_1 = \operatorname{col}\{e_1, e_5\}$, $\vartheta_2 = \operatorname{col}\{e_2, e_6\}$, $\vartheta_3 = \operatorname{col}\{e_{10}, e_{14}\}$, $\vartheta_4 = \operatorname{col}\{e_{11}, e_{15}\}$, $\vartheta_5 = \operatorname{col}\{e_4, e_8\}$, $\vartheta_6 = \operatorname{col}\{e_{13}, e_{17}\}$, $\vartheta_7 = \operatorname{col}\{e_3, e_7\}$, $\vartheta_8 = \operatorname{col}\{e_{12}, e_{16}\}$, $F^- = \operatorname{diag}\{F_1^-, F_2^-, \ldots, F_m^-\}$, $F^+ = \operatorname{diag}\{F_1^+, F_2^+, \ldots, F_m^+\}$, $G^- = \operatorname{diag}\{G_1^-, G_2^-, \ldots, G_n^-\}$, $G^+ = \operatorname{diag}\{G_1^+, G_2^+, \ldots, G_n^+\}$

Theorem 3.1 Let $\alpha > 0; \tau_1, h_1 \ge 0; \tau_2, h_2 > 0; \upsilon, \mu \in \mathbb{R}$ be given. Then, under Asumption 2.1 and 2.2, system (2.1) is globally exponentially stable with convergent rate α if there exist positive definite matrices $P, M, S_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $(i = 1,\ldots,4)$, positive definite matrices $Q_i = \begin{bmatrix} Q_{i1} & Q_{i2} \\ Q_{i3} & Q_{i4} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ $(i = 1,\ldots,6)$

where $Q_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times n} (i = 1, \ldots, 4)$, positive diagonal matrices $\nabla = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n), \Delta = \mathrm{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_m)$, $N_i = \mathrm{diag}(n_1^i, n_2^i, \ldots, n_n^i)(i = 1, \ldots, 8)$ and matrices $H_i, Y_i (i = 1, \ldots, 4)$ with appropriate dimensions which satisfy the following LMIs:

$$\begin{bmatrix} \Omega & \tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} Y_2^T & h_2 e^{-2\alpha h_2} Y_4^T \\ * & -\tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} S_1 & 0 \\ * & * & -h_2 e^{-2\alpha h_2} S_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{3.1}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega & \tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} Y_2^T & h_2 e^{-2\alpha h_2} Y_3^T \\ * & -\tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} S_1 & 0 \\ * & * & -h_2 e^{-2\alpha h_2} S_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{3.2}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega & \tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} Y_1^T & h_2 e^{-2\alpha h_2} Y_4^T \\ * & -\tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} S_1 & 0 \\ * & * & -h_2 e^{-2\alpha h_2} S_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{3.3}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega & \tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} Y_1^T & h_2 e^{-2\alpha h_2} Y_3^T \\ * & -\tau_2 e^{-2\alpha\tau_2} S_1 & 0 \\ * & * & -h_2 e^{-2\alpha h_2} S_2 \end{bmatrix} < 0 \tag{3.4}$$

where $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3$,

$$\begin{aligned}
\Omega_1 &= 2\alpha e_1^T P e_1 + 2e_1^T P e_9 + 2\alpha e_{10}^T M e_{10} + 2e_{10}^T M e_{18} + 4\alpha\left(G^+ e_1 - e_5\right)^T \\
&\quad \times \nabla e_1 + 2\left(G^+ e_1 - e_5\right)^T \nabla e_9 + 4\alpha(F^+ e_{10} - e_{14})^T \Delta e_{10} \\
&\quad + 2\left(F^+ e_{10} - e_{14}\right)^T \Delta e_{18} + \vartheta_1^T Q_1 \vartheta_1 - (1-\upsilon) e^{-2\alpha\tau_2} \vartheta_2^T Q_1 \vartheta_2 \\
&\quad + \vartheta_3^T Q_2 \vartheta_3 - (1-\mu) e^{-2\alpha h_2} \vartheta_4^T Q_2 \vartheta_4 + \vartheta_1^T Q_3 \vartheta_1 \\
&\quad - e^{-2\alpha\tau_2} \vartheta_5^T Q_3 \vartheta_5 + \vartheta_3^T Q_4 \vartheta_3 - e^{-2\alpha h_2} \vartheta_6^T Q_4 \vartheta_6 \\
&\quad + \vartheta_1^T Q_5 \vartheta_1 - e^{-2\alpha\tau_1} \vartheta_7^T Q_5 \vartheta_7 + \vartheta_3^T Q_6 \vartheta_3 \\
&\quad - e^{-2\alpha h_1} \vartheta_8^T Q_6 \vartheta_8 + \tau_1 e_9^T S_3 e_9 + h_1 e_{18}^T S_4 e_{18} \\
&\quad - e^{-2\alpha\tau_1} \left(e_1 - e_3\right)^T S_3 \left(e_1 - e_3\right) \\
&\quad - e^{-2\alpha h_1} \left(e_{10} - e_{12}\right)^T S_4 \left(e_{10} - e_{12}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Omega_2 &= \tau_2 e_9^T S_1 e_9 + h_2 e_{18}^T S_2 e_{18} + e^{-2\alpha\tau_2}[(e_1 - e_2)^T Y_1 \\
&\quad + Y_1^T (e_1 - e_2)] + e^{-2\alpha\tau_2}[(e_2 - e_4)^T Y_2 + Y_2^T (e_2 - e_4)] \\
&\quad + e^{-2\alpha h_2}[(e_{10} - e_{11})^T Y_3 + Y_3^T (e_{10} - e_{11})] + e^{-2\alpha h_2} \\
&\quad \times [(e_{11} - e_{13})^T Y_4 + Y_4^T (e_{11} - e_{13})]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Omega_3 &= 2\left[e_1^T H_1 + e_9^T H_2\right]\left[-A_1 e_1 + B_1 e_{14} + C_1 e_{15} - e_9\right] \\
&\quad + 2\left[e_{10}^T H_3 + e_{18}^T H_4\right]\left[-A_2 e_{10} + B_2 e_5 + C_2 e_6 - e_{18}\right] \\
&\quad - 2\left[e_5 - G^+ e_1\right]^T N_1 \left[e_5 - G^- e_1\right] - 2\left[e_6 - G^+ e_2\right]^T \\
&\quad \times N_2 \left[e_6 - G^- e_2\right] - 2\left[e_5 - e_6 - G^+ (e_1 - e_2)\right]^T \\
&\quad \times N_3 \left[e_5 - e_6 - G^- (e_1 - e_2)\right] \\
&\quad - 2\left[e_6 - e_8 - G^+ (e_2 - e_4)\right]^T N_4 \left[e_6 - e_8 - G^- (e_2 - e_4)\right] \\
&\quad - 2\left[e_{14} - F^+ e_{10}\right]^T N_5 \left[e_{14} - F^- e_{10}\right] \\
&\quad - 2\left[e_{15} - F^+ e_{11}\right]^T N_6 \left[e_{15} - F^- e_{11}\right] \\
&\quad - 2\left[e_{14} - e_{15} - F^+ (e_{10} - e_{11})\right]^T N_7 \left[e_{14} - e_{15} - F^- (e_{10} - e_{11})\right] \\
&\quad - 2\left[e_{15} - e_{17} - F^+ (e_{11} - e_{13})\right]^T N_8 \left[e_{15} - e_{17} - F^- (e_{11} - e_{13})\right].
\end{aligned}$$

Proof Choose the Lyapunov-Krasovskii functional candidate for the system as follow

$$V(\mathrm{t}) = \sum_{l=1}^{7} V_l(\mathrm{t}) \tag{3.5}$$

where

$$V_1(t) = \mathrm{e}^{2\alpha t} x^T(t) \mathrm{P}\, x(t) + \mathrm{e}^{2\alpha t} y^T(\mathrm{t}) \mathrm{M}\, y(t),$$

$$\begin{aligned}
V_2(t) &= 2\sum_{i=1}^{n}\left[\lambda_i \mathrm{e}^{2\alpha t} \int_0^{x_i(t)} \left(G_i^+ s - g_i(s)\right) ds\right] \\
&\quad + 2\sum_{j=1}^{m}\left[\gamma_j \mathrm{e}^{2\alpha t} \int_0^{y_j(t)} \left(F_j^+ s - f_j(s)\right) ds\right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_3(t) &= \int_{t-\tau(t)}^{t} e^{2\alpha s} \begin{bmatrix} x(s) \\ g(x(s)) \end{bmatrix}^T Q_1 \begin{bmatrix} x(s) \\ g(x(s)) \end{bmatrix} ds \\
&\quad + \int_{t-h(t)}^{t} e^{2\alpha s} \begin{bmatrix} y(s) \\ f(y(s)) \end{bmatrix}^T Q_2 \begin{bmatrix} y(s) \\ f(y(s)) \end{bmatrix} ds,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_4(t) &= \int_{t-\tau_2}^{t} e^{2\alpha s} \begin{bmatrix} x(s) \\ g(x(s)) \end{bmatrix}^T Q_3 \begin{bmatrix} x(s) \\ g(x(s)) \end{bmatrix} ds \\
&\quad + \int_{t-h_2}^{t} e^{2\alpha s} \begin{bmatrix} y(s) \\ f(y(s)) \end{bmatrix}^T Q_4 \begin{bmatrix} y(s) \\ f(y(s)) \end{bmatrix} ds,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_5(t) &= \int_{t-\tau_1}^{t} e^{2\alpha s} \begin{bmatrix} x(s) \\ g(x(s)) \end{bmatrix}^T Q_5 \begin{bmatrix} x(s) \\ g(x(s)) \end{bmatrix} ds \\
&\quad + \int_{t-h_1}^{t} e^{2\alpha s} \begin{bmatrix} y(s) \\ f(y(s)) \end{bmatrix}^T Q_6 \begin{bmatrix} y(s) \\ f(y(s)) \end{bmatrix} ds,
\end{aligned}$$

$$V_6(t)=\int_{-\tau_2}^{0}\int_{t+\theta}^{t} e^{2\alpha s}\dot{x}^T(s)S_1\dot{x}(s)dsd\theta$$
$$+\int_{-h_2}^{0}\int_{t+\theta}^{t} e^{2\alpha s}\dot{y}^T(s)S_2\dot{y}(s)dsd\theta,$$
$$V_7(t)=\int_{-\tau_1}^{0}\int_{t+\theta}^{t} e^{2\alpha s}\dot{x}^T(s)S_3\dot{x}(s)dsd\theta$$
$$+\int_{-h_1}^{0}\int_{t+\theta}^{t} e^{2\alpha s}\dot{y}^T(s)S_4\dot{y}(s)dsd\theta.$$

The derivative of $V(t)$ in (3.5) along the trajectories of the system (2.1) is given by

$$\dot{V}_1(t)=\xi^T(t)\{e^{2\alpha t}[2\alpha e_1^T Pe_1+2e_1^T Pe_9 + 2\alpha e_{10}^T Me_{10}+2e_{10}^T Me_{18}]\}\xi(t), \quad (3.6)$$

$$\dot{V}_2(t)\le\xi^T(t)e^{2\alpha t}\{4\alpha\left(G^+e_1-e_5\right)^T\nabla e_1 +2\left(G^+e_1-e_5\right)^T\nabla e_9+4\alpha(F^+e_{10} -e_{14})^T\Delta e_{10}+2\left(F^+e_{10}-e_{14}\right)^T\Delta e_{18}\}\xi(t), \quad (3.7)$$

$$\dot{V}_3(t)\le\xi^T(t)e^{2\alpha t}\{\begin{bmatrix}e_1\\e_5\end{bmatrix}^T Q_1\begin{bmatrix}e_1\\e_5\end{bmatrix}-(1-\upsilon) \times e^{-2\alpha\tau_2}\begin{bmatrix}e_2\\e_6\end{bmatrix}^T Q_1\begin{bmatrix}e_2\\e_6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}e_{10}\\e_{14}\end{bmatrix}^T Q_2\begin{bmatrix}e_{10}\\e_{14}\end{bmatrix} -(1-\mu)e^{-2\alpha h_2}\begin{bmatrix}e_{11}\\e_{15}\end{bmatrix}^T Q_2\begin{bmatrix}e_{11}\\e_{15}\end{bmatrix}\}\xi(t), \quad (3.8)$$

$$\dot{V}_4(t)=\xi^T(t)e^{2\alpha t}\{\begin{bmatrix}e_1\\e_5\end{bmatrix}^T Q_3\begin{bmatrix}e_1\\e_5\end{bmatrix}-e^{-2\alpha\tau_2}\begin{bmatrix}e_4\\e_8\end{bmatrix}^T \times Q_3\begin{bmatrix}e_4\\e_8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}e_{10}\\e_{14}\end{bmatrix}^T Q_4\begin{bmatrix}e_{10}\\e_{14}\end{bmatrix} -e^{-2\alpha h_2}\begin{bmatrix}e_{13}\\e_{17}\end{bmatrix}^T Q_4\begin{bmatrix}e_{13}\\e_{17}\end{bmatrix}\}\xi(t), \quad (3.9)$$

$$\dot{V}_5(t)=\xi^T(t)e^{2\alpha t}\{\begin{bmatrix}e_1\\e_5\end{bmatrix}^T Q_5\begin{bmatrix}e_1\\e_5\end{bmatrix}-e^{-2\alpha\tau_1} \times\begin{bmatrix}e_3\\e_7\end{bmatrix}^T Q_5\begin{bmatrix}e_3\\e_7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}e_{10}\\e_{14}\end{bmatrix}^T Q_6\begin{bmatrix}e_{10}\\e_{14}\end{bmatrix} -e^{-2\alpha h_1}\begin{bmatrix}e_{12}\\e_{16}\end{bmatrix}^T Q_6\begin{bmatrix}e_{12}\\e_{16}\end{bmatrix}\}\xi(t), \quad (3.10)$$

$$\dot{V}_6(t)\le\tau_2 e^{2\alpha t}\dot{x}^T(t)S_1\dot{x}(t) -e^{-2\alpha(t-\tau_2)}\int_{t-\tau_2}^{t}\dot{x}^T(s)S_1\dot{x}(s)ds +h_2e^{2\alpha t}\dot{y}^T(t)S_2\dot{y}(t) -e^{-2\alpha(t-h_2)}\int_{t-h_2}^{t}\dot{y}^T(s)S_2\dot{y}(s)ds$$

By the use of **Lemma 2.4**, we have

$$\dot{V}_6(t)\le\tau_2 e^{2\alpha t}\dot{x}^T(t)S_1\dot{x}(t)-e^{-2\alpha(t-\tau_2)} \times[\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{x}^T(s)S_1\dot{x}(s)ds - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)}\dot{x}^T(s)S_1\dot{x}(s)ds] +h_2e^{2\alpha t}\dot{y}^T(t)S_2\dot{y}(t)-e^{-2\alpha(t-h_2)} \left[\int_{t-h(t)}^{t}\dot{y}^T(s)S_2\dot{y}(s)ds-\int_{t-h_2}^{t-h(t)}\dot{y}^T(s)S_2\dot{y}(s)ds\right],$$
$$\le\xi^T(t)e^{2\alpha t}\{e_9^T(\tau_2S_1)e_9+e_{18}^T(h_2S_2)e_{18} +e^{-2\alpha\tau_2}[(e_1-e_2)^T Y_1+Y_1^T(e_1-e_2) +\tau(t)Y_1^TS_1^{-1}Y_1] +e^{-2\alpha\tau_2}[(e_2-e_4)^T Y_2+Y_2^T(e_2-e_4) +(\tau_2+\tau(t))Y_2^TS_1^{-1}Y_2]+e^{-2\alpha h_2}[(e_{10}-e_{11})^T \times Y_3+Y_3^T(e_{10}-e_{11})+h(t)Y_3^TS_2^{-1}Y_3]+e^{-2\alpha h_2} \times[(e_{11}-e_{13})^T Y_4+Y_4^T(e_{11}-e_{13}) +(h_2-h(t))Y_4^TS_2^{-1}Y_4]\}\xi(t), \quad (3.11)$$

$$\dot{V}_7(t)\le\tau_1 e^{2\alpha t}\dot{x}^T(t)S_3\dot{x}(t)-e^{-2\alpha(t-\tau_1)} \times\int_{t-\tau_1}^{t}\dot{x}^T(s)S_3\dot{x}(s)ds$$

$$
\begin{aligned}
&+h_1 e^{2\alpha t}\dot{y}^T(t)S_4\dot{y}(t)-e^{-2\alpha(t-h_1)}\\
&\times\int_{t-h_1}^{t}\dot{y}^T(s)S_4\dot{y}(s)ds\\
&\le e^{2\alpha t}\{\tau_1\dot{x}^T(t)S_3\dot{x}(t)+h_1\dot{y}^T(t)S_4\dot{y}(t)\\
&-e^{-2\alpha\tau_1}\left(x(t)-x(t-\tau_1)\right)^T S_3(x(t)\\
&-x(t-\tau_1))-e^{-2\alpha h_1}\left(y(t)-y(t-h_1)\right)^T\\
&\times S_4\left(y(t)-y(t-h_1)\right)\}.
\end{aligned}
$$

Thus, we obtain

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_7(t)\le\xi^T(t)e^{2\alpha t}\{&e_9^T(\tau_1 S_3)e_9+e_{18}^T(h_1 S_4)e_{18}\\
&-e^{-2\alpha\tau_1}(e_1-e_3)^T S_3(e_1-e_3)\\
&-e^{-2\alpha h_1}(e_{10}-e_{12})^T S_4(e_{10}-e_{12})\}. \quad (3.12)
\end{aligned}
$$

In order to reduce the conservatism, we add the following zero equations: For any matrices $H_i\,(i=1,2,3,4)$ with appropriate dimensions

$$
\begin{aligned}
&2x^T(t)H_1\times\left[-A_1x(t)+B_1f(y(t))+C_1f(y(t-h(t)))-\dot{x}(t)\right]=0,\\
&2\dot{x}^T(t)H_2\times\left[-A_1x(t)+B_1f(y(t))+C_1f(y(t-h(t)))-\dot{x}(t)\right]=0, \quad (3.13)\\
&2y^T(t)H_3\times\left[-A_2y(t)+B_2g(x(t))+C_2g(x(t-\tau(t)))-\dot{y}(t)\right]=0,\\
&2\dot{y}^T(t)H_4\times\left[-A_2y(t)+B_2g(x(t))+C_2g(x(t-\tau(t)))-\dot{y}(t)\right]=0.
\end{aligned}
$$

By **Assumption 2.2**, the following inequalities hold

$$
\begin{aligned}
&-2[g(x(t))-G^+x(t)]^T N_1[g(x(t))-G^-x(t)]\ge 0,\\
&-2\left[g(x(t-\tau(t)))-G^+x(t-\tau(t))\right]^T N_2\\
&\times\left[g(x(t-\tau(t)))-G^-x(t-\tau(t))\right] \qquad \ge 0,\\
&-2[g(x(t))-g(x(t-\tau(t)))-G^+(x(t)\\
&-x(t-\tau(t))]^T N_3[g(x(t))-g(x(t-\tau(t)))\\
&-G^-(x(t)-x(t-\tau(t)))] \qquad \ge 0,\\
&-2[g(x(t-\tau(t)))-g(x(t-\tau_2))-G^+\\
&(x(t-\tau(t))-x(t-\tau_2))]^T N_4[g(x(t-\tau(t)))\\
&-g(x(t-\tau_2))-G^-(x(t-\tau(t))-x(t-\tau_2))]\ge 0,\\
&-2[f(y(t))-F^+y(t)]^T N_5[f(y(t))-F^-y(t)]\ge 0,\\
&-2\left[f(y(t-h(t)))-F^+y(t-h(t))\right]^T N_6\\
&\times\left[f(y(t-h(t)))-F^-y(t-h(t))\right]\ge 0,\\
&-2[f(y(t))-f(y(t-h(t)))-F^+(y(t)-\\
&y(t-h(t)))]^T N_7[f(y(t))-f(y(t-h(t)))\\
&-F^-(y(t)-y(t-h(t)))] \qquad \ge 0,\\
&-2[f(y(t-h(t)))-f(y(t-h_2))-F^+\\
&\times(y(t-h(t))-y(t-h_2))]^T N_8[f(y(t-h(t)))\\
&-f(y(t-h_2))-F^-(y(t-h(t))-y(t-h_2))]\ge 0. \quad (3.14)
\end{aligned}
$$

Using inequalities (3.6)–(3.14), we obtain

$$
\dot{V}(t)\le e^{2\alpha t}\xi^T(t)\Omega_0\xi(t)
$$

where

$$
\begin{aligned}
\Omega_0=\Omega&+(\tau_2-\tau(t))e^{-2\alpha\tau_2}Y_2^TS_1^{-1}Y_2+\tau(t)e^{-2\alpha\tau_2}\\
&\times Y_1^TS_1^{-1}Y_1+(h_2-h(t))e^{-2\alpha h_2}Y_4^TS_2^{-1}Y_4\\
&+h(t)e^{-2\alpha h_2}Y_3^TS_2^{-1}Y_3.
\end{aligned}
$$

Since

$$
\begin{aligned}
&(\tau_2-\tau(t))e^{-2\alpha\tau_2}Y_2^TS_1^{-1}Y_2+\tau(t)e^{-2\alpha\tau_2}Y_1^TS_1^{-1}Y_1\\
&+(h_2-h(t))e^{-2\alpha h_2}Y_4^TS_2^{-1}Y_4+h(t)e^{-2\alpha h_2}Y_3^TS_2^{-1}Y_3
\end{aligned}
$$

is a convex combination of matrices $Y_2^TS_1^{-1}Y_2$, $Y_1^TS_1^{-1}Y_1$, $Y_4^TS_2^{-1}Y_4$ and $Y_3^TS_2^{-1}Y_3$ of $\tau(t)$ and $h(t)$, respectively, Ω_0 can be handled by 4^{th} corresponding boundary LMIs:

$$
\begin{aligned}
&\Omega+\tau_2e^{-2\alpha\tau_2}Y_2^TS_1^{-1}Y_2+h_2e^{-2\alpha h_2}Y_4^TS_2^{-1}Y_4<0, \quad (3.15)\\
&\Omega+\tau_2e^{-2\alpha\tau_2}Y_2^TS_1^{-1}Y_2+h_2e^{-2\alpha h_2}Y_3^TS_2^{-1}Y_3<0, \quad (3.16)\\
&\Omega+\tau_2e^{-2\alpha\tau_2}Y_1^TS_1^{-1}Y_1+h_2e^{-2\alpha h_2}Y_4^TS_2^{-1}Y_4<0, \quad (3.17)\\
&\Omega+\tau_2e^{-2\alpha\tau_2}Y_1^TS_1^{-1}Y_1+h_2e^{-2\alpha h_2}Y_3^TS_2^{-1}Y_3<0. \quad (3.18)
\end{aligned}
$$

Using Schur Complement, (3.15) - (3.18) are equivalent to (3.1) - (3.4). For showing the convergence rate, we have $\dot{V}(t)\le 0$, for all $t\ge 0$, and then $V(t)\le V(0)$ where,

$$
\begin{aligned}
V_1(0)&=e^{2\alpha(0)}x^T(0)Px(0)+e^{2\alpha(0)}y^T(0)My(0)\\
&\le\lambda_M(P)\|\phi\|^2+\lambda_M(M)\|\psi\|^2,
\end{aligned}
$$

$$V_2(0)=2\sum_{i=1}^{n}\left[\lambda_i e^{2\alpha(0)}\int_0^{x_i(0)}\left(G_i^+ s-g_i(s)\right)ds\right]$$

$$+2\sum_{i=1}^{n}\left[\gamma_j e^{2\alpha(0)}\int_0^{y_j(0)}\left(F_j^+ s-f_j(s)\right)ds\right]$$

$$\le 2\lambda_M\left(G^+-G^-\right)\lambda_M(\nabla)\|\phi\|^2$$

$$+2\lambda_M\left(F^+-F^-\right)\lambda_M(\Delta)\|\psi\|^2,$$

$$V_3(0)=\int_{-\tau(0)}^{0}e^{2\alpha s}\begin{bmatrix}x(s)\\ g(x(s))\end{bmatrix}^T Q_1\begin{bmatrix}x(s)\\ g(x(s))\end{bmatrix}ds$$

$$+\int_{-h(0)}^{0}e^{2\alpha s}\begin{bmatrix}y(s)\\ f(y(s))\end{bmatrix}^T Q_2\begin{bmatrix}y(s)\\ f(y(s))\end{bmatrix}ds,$$

$$\le\frac{\left(1-e^{-2\alpha\tau_2}\right)}{2\alpha}\lambda_M(Q_1)\left[1+\lambda_M\left(G^{+^2}\right)\right]\|\phi\|^2$$

$$+\frac{\left(1-e^{-2\alpha h_2}\right)}{2\alpha}\lambda_M(Q_2)\left[1+\lambda_M\left(F^{+^2}\right)\right]\|\psi\|^2,$$

$$V_4(0)=\int_{-\tau_2}^{0}e^{2\alpha s}\begin{bmatrix}x(s)\\ g(x(s))\end{bmatrix}^T Q_3\begin{bmatrix}x(s)\\ g(x(s))\end{bmatrix}ds$$

$$+\int_{-h_2}^{0}e^{2\alpha s}\begin{bmatrix}y(s)\\ f(y(s))\end{bmatrix}^T Q_4\begin{bmatrix}y(s)\\ f(y(s))\end{bmatrix}ds,$$

$$\le\frac{\left(1-e^{-2\alpha\tau_2}\right)}{2\alpha}\lambda_M(Q_3)\left[1+\lambda_M\left(G^{+^2}\right)\right]\|\phi\|^2$$

$$+\frac{\left(1-e^{-2\alpha h_2}\right)}{2\alpha}\lambda_M(Q_4)\left[1+\lambda_M\left(F^{+^2}\right)\right]\|\psi\|^2,$$

$$V_5(0)=\int_{-\tau_1}^{0}e^{2\alpha s}\begin{bmatrix}x(s)\\ g(x(s))\end{bmatrix}^T Q_5\begin{bmatrix}x(s)\\ g(x(s))\end{bmatrix}ds$$

$$+\int_{-h_1}^{0}e^{2\alpha s}\begin{bmatrix}y(s)\\ f(y(s))\end{bmatrix}^T Q_6\begin{bmatrix}y(s)\\ f(y(s))\end{bmatrix}ds$$

$$\le\frac{\left(1-e^{-2\alpha\tau_2}\right)}{2\alpha}\lambda_M(Q_5)\left[1+\lambda_M\left(G^{+^2}\right)\right]\|\phi\|^2$$

$$+\frac{\left(1-e^{-2\alpha h_2}\right)}{2\alpha}\lambda_M(Q_6)\left[1+\lambda_M\left(F^{+^2}\right)\right]\|\psi\|^2$$

Proceeding further, we get

$$\dot{x}^T(s)\dot{x}(s)=\left[A_1x(s)+B_1f(y(s))+C_1f(y(s-h(s)))\right]^T$$

$$\times\left[A_1x(s)+B_1f(y(s))+C_1f(y(s-h(s)))\right]$$

$$=x^T(s)A_1^TA_1x(s)+f^T(y(s))B_1^TB_1f(y(s))$$

$$+f^T(y(s-h(s)))C_1^TC_1f(y(s-h(s)))$$

$$\le\lambda_M\left(A_1^TA_1\right)+\lambda_M\left(B_1^TB_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right)$$

$$+\lambda_M\left(C_1^TC_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right).$$

Similarly,

$$\dot{y}^T(s)\dot{y}(s)\le\lambda_M\left(A_2^TA_2\right)+\lambda_M\left(B_2^TB_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right)$$

$$+\lambda_M\left(C_2^TC_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right).$$

Therefore

$$V_6(0)=\int_{-\tau_2}^{0}\int_{t+\theta}^{t}e^{2\alpha s}\dot{x}^T(s)S_1\dot{x}(s)\,ds\,d\theta$$

$$+\int_{-h_2}^{0}\int_{t+\theta}^{t}e^{2\alpha s}\dot{y}^T(s)S_2\dot{y}(s)\,ds\,d\theta,$$

$$\le\frac{\tau_2^2}{2}\lambda_M(S_1)[\lambda_M\left(A_1^TA_1\right)+\lambda_M\left(B_1^TB_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right)$$

$$+\lambda_M\left(C_1^TC_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right)]\|\phi\|^2+\frac{h_2^2}{2}\lambda_M(S_2)$$

$$\times[\lambda_M\left(A_2^TA_2\right)+\lambda_M\left(B_2^TB_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right)$$

$$+\lambda_M\left(C_2^TC_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right)]\|\psi\|^2,$$

$$V_7(0)=\int_{-\tau_1}^{0}\int_{\theta}^{0}e^{2\alpha s}\dot{x}^T(s)S_3\dot{x}(s)\,ds\,d\theta$$

$$+\int_{-h_1}^{0}\int_{0}^{0}e^{2\alpha s}\dot{y}^T(s)S_4\dot{y}(s)\,ds\,d\theta$$

$$\le\frac{\tau_2^2}{2}\lambda_M(S_3)[\lambda_M\left(A_1^TA_1\right)+\lambda_M\left(B_1^TB_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right)$$

$$+\lambda_M\left(C_1^TC_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right)]\|\phi\|^2+\frac{h_2^2}{2}\lambda_M(S_4)$$

$$\times[\lambda_M\left(A_2^TA_2\right)+\lambda_M\left(B_2^TB_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right)$$

$$+\lambda_M\left(C_2^TC_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right)]\|\psi\|^2.$$

Thus, we obtain

$$V(0)\le\chi_1\|\phi\|^2+\chi_2\|\psi\|^2,$$

where

$$\chi_1=\lambda_M(P)+2\lambda_M\left(G^+-G^-\right)\lambda_M(\nabla)$$

$$+\frac{\left(1-e^{-2\alpha\tau_2}\right)}{2\alpha}\left[\lambda_M(Q_1)+\lambda_M(Q_3)+\lambda_M(Q_5)\right]$$

$$\times\left[1+\lambda_M\left(G^{+^2}\right)\right]+\frac{\tau_2^2}{2}\left[\lambda_M\left(S_1\right)+\lambda_M\left(S_3\right)\right]$$
$$\times[\lambda_M\left(A_1^T A_1\right)+\lambda_M\left(B_1^T B_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right)$$
$$+\lambda_M\left(C_1^T C_1\right)\lambda_M\left(F^{+^2}\right)],$$
$$\chi_2=\lambda_M\left(M\right)+2\lambda_M\left(F^+-F^-\right)\lambda_M\left(\Delta\right)$$
$$+\frac{\left(1-e^{-2\alpha h_2}\right)}{2\alpha}\left[\lambda_M\left(Q_2\right)+\lambda_M\left(Q_4\right)+\lambda_M\left(Q_6\right)\right]$$
$$\times\left[1+\lambda_M\left(F^{+^2}\right)\right]+\frac{h_2^2}{2}\left[\lambda_M\left(S_2\right)+\lambda_M\left(S_4\right)\right]$$
$$\times[\lambda_M\left(A_2^T A_2\right)+\lambda_M\left(B_2^T B_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right)$$
$$+\lambda_M\left(C_2^T C_2\right)\lambda_M\left(G^{+^2}\right)].$$

Since

$$V\left(t\right)\geq e^{2\alpha t}\left\{x^T\left(t\right)Px\left(t\right)+y^T\left(t\right)My\left(t\right)\right\},$$

we can reach

$$\Pi_1\left(\left\|x(t)\right\|^2+\left\|y(t)\right\|^2\right)e^{2\alpha t}\leq\Pi_2\left(\left\|\phi\right\|^2+\left\|\psi\right\|^2\right),$$

where

$$\Pi_1=\min\left\{\lambda_m\left(P\right)\lambda_m\left(M\right)\right\},\Pi_2=\max\left\{\chi_1,\chi_2\right\}$$

which lead to

$$\left\|x\left(t\right)\right\|^2+\left\|y\left(t\right)\right\|^2\leq\rho e^{-2\alpha t}\left(\left\|\phi\right\|^2+\left\|\psi\right\|^2\right)$$

where $\rho=\dfrac{\Pi}{\Gamma}\geq 1$. Thus, from Definition 2.3, we conclude that the system (2.1) is globally exponentially stable with a convergence rate α and the proof is completed.

Remark 3.2 It is worth pointing out that the required conditions in Assumption 2.2 are more general than those given in [3, 4] which assumed that activation functions satisfied $0\leq\dfrac{f_j(\beta)-f_j(\eta)}{\beta-\eta}\leq F_j$ and $0\leq\dfrac{g_i(\beta)-g_i(\eta)}{\beta-\eta}\leq G_i$, namely the lower bounds are assumed to be zero and the upper bounds are nonnegative. This restrictions are not required in our Assumption 2.2, namely lower bounds F_j^-, G_i^- and upper bounds $F_j^+, G_i^+, i=1,2,\ldots,n; j=1,2,\ldots,m$ of the activation functions in Assumption 2.2 are allowed to be either positive, negative or zero. Hence, our result is less conservative than some existing results given in the literature.

Remark 3.3 The chosen Lyapunov–Krasovskii functional (3.5) is motivated by [16, 17] and [19]. The chosen Lyapunov–Krasovskii functional (3.5) includes the terms V_2, V_3, V_4 and V_5 which makes full use of the information of the neuron activation functions and the involved time-varying delays, which might lead to a less conservative stability result.

4. Conclusions

In this paper, we have investigated exponential stability problem for BAM neural networks with interval time-varying delays. By constructing a new and improved Lyapunov-Krasovskii functional containing some new augmented terms and using convex combination technique, a delay-dependent exponential stability criterion for BAM neural networks with time-varying delays has been formulated in terms of LMIs. The lower bounds and upper bounds of the activation functions are allowed to be either positive, negative or zero which is more general than some existing results given in the literature such as [3].

5. Acknowledgements

This work was jointly supported by the research grant fund of Mathematics Program, Faculty of Science, Maejo University, Thailand.

6. References

[1] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V. (1994). Linear matrix inequalities in system and control theory, vol. 15 of SIAM studies in applied mathematics, SIAM, Philadephia.

[2] Cao, J. and Xiao, M. (2007). Stability and Hopf bifurcation in a simplified BAM neural network with two time delays, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 18(2), pp. 416-430.

[3] Du, Y., Zhong, S., Zhou, N., Nie, L. and Wang, W (2013). Exponential passivity of BAM neural networks with time-varying delays, *Applied Mathematics and Computation,* vol. 221, pp. 727-740.

[4] Hu, L., Liu, H. and Zhao, Y. (2009). New stability criteria for BAM neural networks with time-varying delays, *Neurocomputing*, vol. 72, pp. 3245–3252.

[5] Huaying, L., Zhengqiu, Z., Ling, R. and Wenli, P. (2017). Global asymptotic stability of periodic solutions for inertial delayed BAM neural networks via novel computing method of degree and inequality techniques, *Chaos, Solitons and Fractols*, vol. 107, November 2017, pp. 785-797.

[6] Kwon, O.M., Lee, S.M., Park, J.H. and Cha, E.J. (2012). New approaches on stability criteria for neural networks with time varying delays, *Applied Mathematics and Computotion*, vol. 218, pp. 9953–9964.

[7] Maharajana, C., Raja, R., Jinde Cao, Rajchakit, G. and Ahmed Alsaedi (2018). Impulsive Cohen–Grossberg BAM neural networks with mixed time-delays: An exponential stability analysis issue, *Neurocomputing*, vol. 275, November 2017, pp. 2588-2602.

[8] Phat, V.N. and Trinh, H. (2013). Design of H_∞ control of neural networks with time-varying delays, *Neural Computing* and *Applications*, vol. 23, pp. 323–331.

[9] Rao, V.S.H. and Phaneendra, B.R.M. (1999). Global dynamics of bidirectional associative memory neural networks involving transmission delays and dead zone, *Neural Networks*, vol. 12(3), pp. 455–465.

[10] Runan, G., Ziye, Z., Xiaoping, L. and Chong L. (2017). Existence, uniqueness, and exponential stability analysis for complex-valued memristor-based BAM neural networks with time delays, *Applied Mathematics and Computation,* vol. 311, October 2017, pp. 100-117.

[11] Samidurai, R., Sakthivel, R. and Anthoni, S. M. (2009). Global asymptotic stability of BAM neural networks with mixed delays and impulses, *Applied Mathematics and Computation,* vol. 212(1), July 2009, pp. 113-119.

[12] Singh, Y.P., Yadav, V.S., Gupta, A. and Khare, A. (2005–2009). Bidirection associative memory neural networks method in the character recognition, *Journal of Theoretical and Applied Information Technology,* vol. 5, pp. 382–386.

[13] Sowmiya, C., Raja, R., Jinde Cao, Li, X. and Rajchakit, G. (2018). Discrete-time stochastic impulsive BAM neural networks with leakage and mixed time delays: An Exponential stability problem, *Journal of the Franklin Institute*, vol. 000, April 2018, pp. 1-32.

[14] Thipcha, J. and Niamsup, P. (2013). Global exponential stability criteria for bidirectional associative memory neural networks with timevarying delays, *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2013, pp. 1–13.

[15] Thipcha, J. and Niamsup, P. (2018). New exponential passivity of BAM neural networks with time-varying delays, *Neural Computing and Applications,* vol. 2018(29), November 2016, pp. 1593-1600.

[16] Zhang, X.M, and Han, Q.L. (2009). New Lyapunov–Krasovskii functionals for global asymptotic stability of delayed neural networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 20, pp. 533–539.

[17] Zhang, X.M, and Han, Q.L. (2011). Global asymptotic stability for a class of generalized neural networks with interval time-varying delays, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 22, pp. 1180–1192.

[18] Zhang, X.M, and Han, Q.L. (2013). Novel delay-derivative-dependent stability criteria using new bounding techniques. *International Journal of Robust and Nonlinear Control,* vol. 23, pp. 1419–1432.

[19] Zhang, X.M, and Han, Q.L. (2014). Global asymptotic stability analysis for delayed neural networks using a matrix-based quadratic convex approach, *Neural Networks*, vol. 54, pp. 57–69.

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 32

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน นครราชสีมา

ขอมอบเกียรติบัตรฉบับนี้ให้ไว้เพื่อแสดงว่า

Jenjira Thipcha

ได้เข้าร่วมนำเสนอบทความ

เรื่อง "EXPONENTIAL STABILITY FOR BAM NEURAL NETWORKS WITH INTERVAL TIME-VARYING DELAYS"

ระหว่างวันที่ 3-6 กรกฎาคม 2561 ณ โรงแรม มุกดาหาร แกรนด์ จังหวัดมุกดาหาร

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จินดา เจริญพรพาณิชย์

รองศาสตราจารย์ ดร.บัณฑิต กฤตาคม

ภาพบรรยากาศในการเข้าร่วมงาน

รับใบเกียรติบัตรการนำเสนอผลงาน

ได้รับรางวัล The Best Paper Award ของสาขา Applied Science for Mechanical Engineering

ได้รับรางวัล The Best Paper Award ของสาขา Applied Science for Mechanical Engineering

ภาพการรับรางวัลในงานThe 32nd conference of the mechanical engineering network of Thailand เมื่อวันที่ 3-6 กรกฎาคม 2561 ณ โรงแรมมุกดาหารแกรนด์ จังหวัดมุกดาหาร