



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะวิทยาศาสตร์ หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ โทร ๓๘๘๑
ที่ อว ๖๙.๕.๕ /๓๐๒..... วันที่ ๒๘ กันยายน ๒๕๖๔
เรื่อง ขอรายงานสรุปเนื้อหาและการนำไปใช้ประโยชน์

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

ตามหนังสือที่ อว ๖๙.๕.๕ / ๒๑ ลงวันที่ ๑๖ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๔ ได้อนุญาตให้ข้าพเจ้า
เข้าร่วมประชุมวิชาการระดับชาติราชภัฏหมู่บ้านจอมบึงวิจัย ครั้งที่ ๙ และนำเสนอผลงานในที่ประชุม
วิชาการฯ เรื่อง ทฤษฎีจุดตรึงบนปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก ปี เมื่อวันที่ ๑ มีนาคม ๒๕๖๔ ในรูปแบบ
ออนไลน์ นั้น

บัดนี้ ข้าพเจ้าได้เข้าร่วมประชุมวิชาการระดับชาติราชภัฏหมู่บ้านจอมบึงวิจัย ครั้งที่ ๙
และนำเสนอผลงานในที่ประชุมวิชาการฯ เรื่อง ทฤษฎีจุดตรึงบนปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก ปี เป็นที่
เรียบร้อยแล้ว ดังนั้นจึงขอรายงานสรุปเนื้อหาและประโยชน์ที่ได้รับ ดังนี้

๑. สรุปเนื้อหาที่ได้รับจากการเข้าประชุม

ได้รับฟังหัวข้อเรื่องต่าง ๆ เช่น

- เสวนาหัวข้อ สร้างสรรค์งานวิจัยบนฐานของนวัตกรรมสู่การยกระดับเศรษฐกิจฐานราก
 - ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสำเร็จในการจัดการเรียนการสอนออนไลน์ช่วงสถานการณ์ โควิด-๑๙
 - การสำรวจมโนทัศน์ก่อนเรียนของนักศึกษาก่อนเรียน
 - การจัดการเรียนรู้นับดิจิทัลแพลตฟอร์มเพื่อสนับสนุนการเรียนรู้แบบ Active Learning
- ฯลฯ

ซึ่งสามารถสรุปประเด็นจากการรับฟังเรื่องต่างๆ โดยเฉพาะที่สามารถนำมาเป็นแนวปฏิบัติในหน้าที่ดังนี้

ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสำเร็จในการจัดการเรียนการสอนออนไลน์คือความพร้อมด้านเครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ ด้านสื่อสารสนเทศ และด้านการออกแบบการจัดการเรียนรู้

ในการวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษา นอกจากใช้แบบทดสอบเป็นเครื่องมือวัดแล้ว ควรมีการสัมภาษณ์เพื่อยืนยันมโนทัศน์เหล่านั้นรวมถึงการสังเกตในขณะมีกิจกรรมด้วย

แนวปฏิบัติการใช้เทคโนโลยีดิจิทัลสนับสนุนการจัดการเรียนรู้แบบ Active learning สิ่งแรกต้องทำผู้เรียนมีพื้นฐานด้านดิจิทัลก่อน ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญในการเรียนรู้นบนพื้นฐานด้านดิจิทัลแพลตฟอร์ม ซึ่งนักศึกษาสามารถแก้ปัญหาการใช้งานได้ด้วยตนเอง

๒. ประโยชน์ต่อการปฏิบัติงานในตำแหน่งหน้าที่

ได้นำประเด็นปัจจัยที่ส่งผลต่อความสำเร็จในการจัดการเรียนการสอนออนไลน์คือความพร้อมด้านเครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ ด้านสื่อสารสนเทศ และด้านการออกแบบการจัดการเรียนรู้ มาปรับใช้ในการจัดการเรียนการสอนแบบออนไลน์ ในภาคเรียนที่ ๑/๒๕๖๔

๓. ประโยชน์ต่อหน่วยงาน (ระดับงาน/หลักสูตร/คณะ)

หลักสูตรฯ มีบุคลากรที่ได้เพิ่มศักยภาพในการจัดการเรียนการสอนแบบออนไลน์ โดยผู้รายงานในฐานะผู้สอนได้มีการนำโปรแกรมพิเศษสำหรับการบันทึกการสอน เพื่อประโยชน์สำหรับผู้เรียนซึ่งสามารถดูการสอนได้ซ้ำๆ หลาย ๆ ครั้ง ส่งผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น

พร้อมนี้ได้แนบ.....เกียรติบัตร.....จากการเข้าประชุม/อบรมฯ มาพร้อมนี้แล้ว จำนวน.....๑.....แผ่น/ชุด

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบ

Y. Khaytham

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์เยาวลักษณ์ คงธรรม)
อาจารย์ประจำหลักสูตรสาขาวิชาคณิตศาสตร์

ความคิดเห็นของผู้บังคับบัญชาชั้นต้น (ประธานอาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร/ผู้อำนวยการสำนักงาน/หัวหน้างาน)

บุคลากรดังกล่าวไปนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ ดังนี้(โปรดระบุรายละเอียด)

- วิชา

- วิชาคณิตศาสตร์

Y

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์จินตนา จูมวงษ์)

๒๙ / ก.ย. / ๖๔

- หมายเหตุ : 1. เอกสารแนบเช่น สำเนาบทคัดย่อ หรือโปสเตอร์(ย่อขนาด A4) หรือบทความ ฉบับเต็มสำเนาใบรับรองหรือหนังสือรับรองหรือใบประกาศนียบัตรหรือวุฒิบัตรฯ ซึ่งเป็นหลักฐานว่าได้เข้าร่วมงานจริง
2. กรณีที่ประสงค์จะรายงานฯ กรณีไม่ได้พัฒนาบุคลากรหรือไม่จึงประมาณ ให้ใช้แบบฟอร์มฯ นี้
3. ให้จัดรูปแบบและขยายพื้นที่ตามรายละเอียดเนื้อหาหรือข้อความ ตามความเหมาะสม



มหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง
มอบเกียรติบัตรไว้เพื่อแสดงว่า

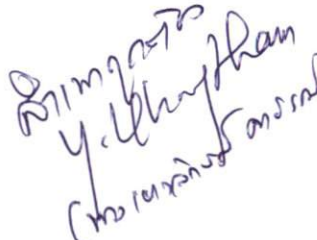
เยาวลักษณ์ คงธรรม

ได้นำเสนอผลงานวิจัยภาคบรรยายในการประชุมวิชาการระดับชาติ ราชภัฏหมู่บ้านจอมบึงวิจัย ครั้งที่ 9
สร้างสรรค์งานวิจัยบนฐานของนวัตกรรม สู่การยกระดับเศรษฐกิจฐานราก

กฤษฎิ์จุดตรึงบนปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี

ให้ไว้ ณ วันที่ 1 มีนาคม พ.ศ. 2564
มหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึงและเครือข่ายร่วม


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นฤมล ชูเมือง)
ผู้อำนวยการสถาบันวิจัยและพัฒนา


นฤพรภัทร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นฤพรภัทร์ อินทร์ศิริพงษ์)
รักษาราชการแทน
อธิการบดีมหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง



ทฤษฎีจุดตรึงบนปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี A Fixed Point Theory on Extended b-Metric Space

เยาวลักษณ์ คงธรรม

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อสร้างทฤษฎีจุดตรึงในปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี โดยใช้การส่งแบบหดตัวของคันแนน (Kannan) ซึ่งเป็นทฤษฎีที่ครอบคลุมทฤษฎีจุดตรึงบางทฤษฎีที่มีแล้วในปริภูมิเมตริก บี และปริภูมิเมตริก และพบว่าจุดตรึงในทฤษฎีที่สร้างขึ้นมีเพียงจุดเดียว

คำสำคัญ : จุดตรึง ปริภูมิเมตริก ปริภูมิเมตริกบี การส่งแบบหดตัว

ABSTRACT

This research aims to establish a fixed theory in the extended b-metric space with Kannan's contraction mapping which covers a previous fixed point theory in b-metric space and metric space. The finding show that our fixed theorem has a unique fixed point.

Keywords : Fixed point Metric space B-metric space Contraction mapping

บทนำ

ทฤษฎีจุดตรึงได้รับความสนใจและมีการศึกษาในปริภูมิต่าง ๆ มากมาย เช่น ปริภูมิเมตริก ปริภูมิฮิลเบิร์ต และปริภูมิบานาค เป็นต้น สำหรับในงานวิจัยนี้จะศึกษาในปริภูมิเมตริก ซึ่งในปริภูมิเมตริกมีนิยามดังนี้

บทนิยาม 1 ให้ K เป็นเซตที่ไม่ใช่เซตว่าง และ $d: K \times K \rightarrow [0, \infty)$ จะกล่าวว่า d เป็นเมตริก บน K ก็ต่อเมื่อ มีสมบัติต่อไปนี้

สำหรับสมาชิก u, v และ w ใด ๆ ใน K

m1) $d(u, v) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $u = v$

m2) $d(u, v) = d(v, u)$

m3) $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v)$

และเรียก (K, d) ว่า ปริภูมิเมตริก

ในปี ค.ศ. 1993 เซอร์วิก (Czerwik, 1993) ได้แนะนำปริภูมิที่อยู่ในรูปร่างนัยทั่วไปของปริภูมิเมตริก และเรียกว่า ปริภูมิเมตริก บี และมีนักคณิตศาสตร์ศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีจุดตรึงบนปริภูมิเมตริก บี เป็นจำนวนมากรวมถึงบท



ประยุกต์ของทฤษฎีเหล่านั้น เช่น ดิง และคณะ (Ding et al., 2016) อะกราวาล และคณะ (Agrawal et al., 2016) และ มาเรีย และคณะ (Maria et al., 2018) เป็นต้น นิยามเกี่ยวกับปริภูมิเมตริก บี มีดังนี้

บทนิยาม 2 ให้ K เป็นเซตใด ๆ ที่ไม่ใช่เซตว่าง กำหนดจำนวนจริงค่าหนึ่ง s ซึ่ง $s \geq 1$ และ $d_s : K \times K \rightarrow [0, \infty)$

จะกล่าวว่า d_s เป็นเมตริก บี (b-metric) บน K ก็ต่อเมื่อ มีสมบัติต่อไปนี้

สำหรับสมาชิก u, v และ w ใด ๆ ใน K

$$b1) d_s(u, v) = 0 \text{ ก็ต่อเมื่อ } u = v$$

$$b2) d_s(u, v) = d_s(v, u)$$

$$b3) d_s(u, v) \leq s [d_s(u, w) + d_s(w, v)]$$

และเรียก (K, d_s) ว่า ปริภูมิเมตริก บี

ซึ่งถ้ากำหนด $s = 1$ จะพบว่า ปริภูมิเมตริก บี คือปริภูมิเมตริก

นอกจากนี้ในปี ค.ศ. 2013 เคียร์ และ คิซิลตูน (Kir and Kiziltune, 2013) ได้สร้างทฤษฎีจุดตรึงในปริภูมิเมตริก บี ที่ใช้การส่งแบบหดตัวของคันแนน ซึ่งครอบคลุมทฤษฎีจุดตรึงในปริภูมิเมตริก

ต่อมาในปี ค.ศ. 2017 คัมแรน และคณะ (Kamran et al., 2017) ได้นิยามปริภูมิวงนัยทั่วไปของปริภูมิเมตริก บี ซึ่งเรียกว่า ปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี (Extended b-metric space) แสดงตัวอย่าง และนิยามเกี่ยวกับการลู่เข้าและลำดับโคซี ในปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี ดังต่อไปนี้

บทนิยาม 3 ให้ K เป็นเซตใด ๆ ที่ไม่ใช่เซตว่าง $\alpha : K \times K \rightarrow [1, \infty)$ และ $d_\alpha : K \times K \rightarrow [0, \infty)$ จะกล่าวว่า d เป็นเมตริกขยายเมตริก บี บน K ก็ต่อเมื่อ มีสมบัติต่อไปนี้

สำหรับสมาชิก u, v และ w ใด ๆ ใน K

$$eb1) d_\alpha(u, v) = 0 \text{ ก็ต่อเมื่อ } u = v$$

$$eb2) d_\alpha(u, v) = d_\alpha(v, u)$$

$$eb3) d_\alpha(u, v) \leq \alpha(u, v) [d_\alpha(u, w) + d_\alpha(w, v)]$$

และเรียก (K, d_α) ว่า ปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี

ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $K = \{1, 2, 3\}$, $\alpha : K \times K \rightarrow [1, \infty)$ และ $d_\alpha : K \times K \rightarrow [0, \infty)$ กำหนดโดย

$$\alpha(u, v) = 1 + u + v,$$

$$d_\alpha(1, 1) = d_\alpha(2, 2) = d_\alpha(3, 3)$$

$$d_\alpha(1, 2) = d_\alpha(2, 1) = 80$$

$$d_\alpha(1, 3) = d_\alpha(3, 1) = 1000$$

$$d_\alpha(2, 3) = d_\alpha(3, 2) = 600$$

ดังนั้น (K, d_α) เป็นปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี

บทนิยาม 4 กำหนดให้ (K, d_α) เป็นปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี

1) จะกล่าวว่า ลำดับ $\{u_n\}$ ใน K เป็นลำดับลู่เข้าสู่ $u \in K$ ถ้าสำหรับทุกจำนวนจริง $\varepsilon > 0$ มีจำนวนนับ N_ε ซึ่ง $d_\alpha(u_n, u) < \varepsilon$ ทุกจำนวนนับ n ที่ $n \geq N_\varepsilon$ และเขียนแทนด้วย $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = u$



2) จะกล่าวว่า ลำดับ $\{u_n\}$ ใน K เป็นลำดับโคซี (Cauchy sequence) ถ้าสำหรับทุกจำนวนจริง $\varepsilon > 0$ มีจำนวนนับ N_ε ซึ่ง $d_\alpha(u_m, u_n) < \varepsilon$ ทุกจำนวนนับ m, n ที่ $m, n \geq N_\varepsilon$

บทนิยาม 5 กำหนดให้ (K, d_α) เป็นปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี จะกล่าวว่า มีสมบัติบริบูรณ์ (Complete) ถ้าสำหรับทุก ๆ ลำดับโคซี ใน K เป็นลำดับลู่เข้า

บทตั้ง 1 กำหนดให้ (K, d_α) เป็นปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี ถ้า d_α เป็นฟังก์ชันนัลที่ต่อเนื่อง แล้วทุกลำดับลู่เข้ามีลิมิตเพียงค่าเดียว

นอกจากนี้ คัมแรน และคณะ ได้สร้างทฤษฎีจุดตรึงโดยใช้เงื่อนไขการส่งแบบหดตัว โดยขอกล่าวถึงบางทฤษฎีดังนี้

ทฤษฎีบท 1 กำหนดให้ (K, d_α) เป็นปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี ถ้า d_α เป็นฟังก์ชันนัลที่ต่อเนื่อง และ $f: K \rightarrow K$ สอดคล้องดังนี้

$$d_\alpha(fu, fv) \leq k d_\alpha(u, v) \text{ สำหรับทุก } u, v \in K$$

โดยที่ $k \in [0, 1)$, $\lim_{m, n \rightarrow \infty} \alpha(u_m, u_n) < \frac{1}{k}$ สำหรับแต่ละ $u_0 \in K$, $u_n = fu_0$, $n = 1, 2, \dots$

แล้ว f มีจุดตรึง p นอกจากนี้ สำหรับแต่ละ $v \in K$ ได้ว่า $f^n v \rightarrow p$

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อสร้างทฤษฎีจุดตรึงในปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี ที่มีเงื่อนไขการส่งแบบหดตัวของคัมแรน

ขอบเขตของการวิจัย

ขอบเขตเนื้อหา

การวิจัยนี้ใช้เนื้อหาในขอบเขตของนิยามปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี ที่นิยามโดย คัมแรน และคณะ (Kamran et.al., 2017) เนื้อหาทฤษฎีจุดตรึงที่ปรากฏในทฤษฎีบท 2 ของเคียร์ และ คิซิลทูน (Kir and Kiziltune, 2013) และทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องในการพิสูจน์

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยนี้เพื่อสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับจุดตรึงในปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี เป็นการวิจัยในรูปแบบเชิงทฤษฎี ไม่มีการลงพื้นที่ ใช้วิธีศึกษาบทความวิจัยเกี่ยวกับทฤษฎีจุดตรึงในปริภูมิเมตริก ปริภูมิเมตริก บี ปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี และใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัย

ในการสร้างทฤษฎีจุดตรึงในปริภูมิขยายปริภูมิเมตริกที่ใช้การส่งแบบหดตัวของคัมแรน และการพิสูจน์ ในบทความนี้เราจะขอกล่าวถึงเฉพาะบทนิยามและทฤษฎีที่สำคัญ ซึ่งกล่าวไว้ในบทนำแล้ว เราได้ทฤษฎีบทและการพิสูจน์ดังนี้



ทฤษฎีบท 2 กำหนดให้ (K, d_α) เป็นปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี ที่มีสมบัติบริบูรณ์ ถ้า d_α เป็นฟังก์ชันนัลที่ต่อเนื่อง และ $f: K \rightarrow K$ สอดคล้องดังนี้

$$d_\alpha(fu, fv) \leq \mu [d_\alpha(u, fu) + d_\alpha(v, fv)] \text{ สำหรับทุก } u, v \in K$$

โดยที่ $\mu \in [0, \frac{1}{2})$, $\lim_{n, m \rightarrow \infty} \alpha(u_n, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu}) < 1$ และสำหรับแต่ละ $u_0 \in K$, $u_n = Tu_0$, $n = 1, 2, \dots$

แล้ว f มีจุดตรึงเพียงจุดเดียวเท่านั้น

การพิสูจน์ กำหนดให้ $u_0 \in K$, $u_1 = fu_0$, $u_2 = fu_1 = f(fu_0) = f^2u_0, \dots, u_n = f^n u_0$ จะได้ว่า

$$d_\alpha(u_n, u_{n+1}) = d_\alpha(fu_{n-1}, fu_n) \leq \mu [d_\alpha(u_{n-1}, u_n) + d_\alpha(u_n, u_{n+1})]$$

และได้ว่า

$$d_\alpha(u_n, u_{n+1}) \leq (\frac{\mu}{1-\mu}) d_\alpha(u_{n-1}, u_n)$$

ทำนองเดียวกันนี้ จะได้ว่า

$$d_\alpha(u_n, u_{n+1}) \leq (\frac{\mu}{1-\mu})^n d_\alpha(u_0, u_1)$$

สำหรับจำนวนนับ m และ n ใด ๆ ที่ $m > n$ เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} d_\alpha(u_n, u_m) &\leq \alpha(u_n, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu})^n d_\alpha(u_0, u_1) + \alpha(u_n, u_m) \alpha(u_{n+1}, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu})^{n+1} d_\alpha(u_0, u_1) + \dots + \\ &\quad \alpha(u_n, u_m) \alpha(u_{n+1}, u_m) \alpha(u_{n+2}, u_m) \dots \alpha(u_{m-2}, u_m) \alpha(u_{m-1}, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu})^{m-1} d_\alpha(u_0, u_1) \\ &\leq d_\alpha(u_0, u_1) \{ \alpha(u_1, u_m) \alpha(u_2, u_m) \dots \alpha(u_{n-1}, u_m) \alpha(u_n, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu})^n + \\ &\quad \alpha(u_1, u_m) \alpha(u_2, u_m) \dots \alpha(u_n, u_m) \alpha(u_{n+1}, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu})^{n+1} + \dots + \\ &\quad \alpha(u_1, u_m) \alpha(u_2, u_m) \dots \alpha(u_n, u_m) \alpha(u_{n+1}, u_m) \dots \alpha(u_{m-2}, u_m) \alpha(u_{m-1}, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu})^{m-1} \} \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\mu \in [0, \frac{1}{2})$ ทำให้ได้ว่า $(\frac{\mu}{1-\mu}) \in [0, 1)$ และอาศัยเงื่อนไข $\lim_{n, m \rightarrow \infty} \alpha(u_{n+1}, u_m) (\frac{\mu}{1-\mu}) < 1$

จะได้ว่า สำหรับแต่ละจำนวนนับ m ทำให้ $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\mu}{1-\mu})^n \prod_{j=1}^n \alpha(u_j, u_m)$ ลู่เข้าแบบอัตราส่วน

$$\text{กำหนดให้ } D = (\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\mu}{1-\mu})^n \prod_{j=1}^n \alpha(u_j, u_m)) \text{ และ } D_n = (\sum_{i=1}^n (\frac{\mu}{1-\mu})^i \prod_{j=1}^i \alpha(u_j, u_m))$$

ดังนั้นสำหรับจำนวนนับ m และ n ใด ๆ ที่ $m > n$ เราจะได้ว่า

$$d_\alpha(u_n, u_m) \leq d_\alpha(u_0, u_1) \{ D_{m-1} - D_n \} \quad (1)$$

ในสมการ (1) ถ้าเราให้ $n \rightarrow \infty$ จะได้ว่า $\lim_{n, m \rightarrow \infty} d_\alpha(u_n, u_m) = 0$ ดังนั้น $\{u_n\}$ เป็นลำดับโคซีใน K

และอาศัยสมบัติบริบูรณ์ จะได้ว่า $\{u_n\}$ เป็นลำดับลู่เข้าใน K ด้วย เราสมมติว่า $\{u_n\}$ เป็นลำดับลู่เข้าสู่บาง u^* ใน K และพิจารณา



$$d_{\alpha}(fu^*, u^*) \leq \alpha(fu^*, u^*) [d_{\alpha}(fu^*, u_n) + d_{\alpha}(u_n, u^*)] \quad (2)$$

ในสมการ (2) ถ้าเราให้ $n \rightarrow \infty$ จะได้ว่า $d_{\alpha}(fu^*, u^*) = 0$ หรือ $fu^* = u^*$ นั่นคือ f มีจุดตรึง
 ต่อมาเราจะพิจารณาการมีจุดตรึงเพียงจุดเดียว ดังนี้

ให้ u' และ u'' ใน K เป็นจุดตรึงของ f นั่นคือ $fu' = u'$ และ $fu'' = u''$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} d_{\alpha}(u', u'') &= d_{\alpha}(fu', fu'') \\ &\leq \mu [d_{\alpha}(u', fu') + d_{\alpha}(u'', fu'')] \\ &= \mu [d_{\alpha}(u', u') + d_{\alpha}(u'', u'')] \end{aligned}$$

ทำให้ $d_{\alpha}(u', u'') = 0$ นั่นคือ $u' = u''$ ดังนั้น f มีจุดตรึงเพียงจุดเดียว

สรุปผลการวิจัย

เราได้ทฤษฎีจุดตรึงที่มีเงื่อนไขการส่งแบบหดตัวของคั่นแนน ในปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี และพบว่าจุดตรึงใน
 ทฤษฎีดังกล่าวมีเพียงจุดเดียว

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่าทฤษฎีจุดตรึงที่สร้างขึ้นในปริภูมิขยายปริภูมิเมตริก บี คือทฤษฎีบท 2 ข้างต้น ครอบคลุมเนื้อหา
 ทฤษฎีจุดตรึงที่ปรากฏในทฤษฎีบท 2 ของเคียร์ และ คิซิลทูน (Kir and Kiziltune, 2013) เมื่อกำหนดให้ $\alpha(u, v) = s$
 สำหรับจำนวนจริง $s \geq 1$

ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยครั้งต่อไปสำหรับผู้สนใจศึกษาอาจจะเปลี่ยนเงื่อนไขการส่งแบบหดตัวในรูปแบบอื่น ๆ หรือสร้าง
 ปริภูมิที่ขยายปริภูมิเดิมที่ปรากฏแล้ว

เอกสารอ้างอิง

- Agrawal, S., Qureshi, K. and Nema, J. (2016). A fixed point theorem for b-metric space. International Journal of Pure and Applied Mathematical Sciences, 9(1), 45-50.
- Czerwik, S. (1993). Contraction mappings in b-metric spaces. Acta Math inf Univ Ostraviensis, 1(1), 263-276.
- Ding, H.S., Imdad, M., Radenovic, S. and Vujakovic, J. (2016). On some fixed point results in b-metric, rectangular and b-rectangular metric spaces. Arab Journal of Mathematical Sciences, 22(1), 151-164.
- Kamran, T., Samreen, M. and Ain, Q.U. (2017). A Generalization of b-metrics pace and some fixed point theorems. Mathematics, 5(19), 1-7.
- Kir, M. and Kiziltune, H. (2013). On some well known fixed point theorems in b-metric spaces. Turkish Journal of Analysis and Number Theory, 1(1), 13-16.



- Maria, S., Kamran, T. and Postolache, M. (2018). **Extended b-metric space, extended b-comparison function and nonlinear contractions.** U.P.B. Sci. Bull, 80(4), 21-28.
- Maruster, S. and Rus, I.A. (2015). **Kannan contractions and strongly demicontractive mappings.** Retived: January 4, 2021, from <https://www.creative-mathematics.cunbm.utcluj.ro/article/kannan-contractions-and-strongly-demicontractive-mappings/>